سلسلة

نسائم

الرياضيات من غير تعقيد

الجبر

الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الأول

مدرس الرياضيات
أ. محمود عزمي
01004273395

أ.محمود عزمي

مدرس الرياضيات & Math

تابعوا حلقات الشرح ع اليوتيوب : رياضيات أون لاين أ. محمود عزمي

حلقات شرح مناهج المرحلة الإعدادية بالفيديو عبر قناتنا على اليوتيوب لا تفوت الفرصة اشترك الآن في القناة

الزوج المرتب

الزوج المرتب

(س ، ص)

س: المسقط الأول (اللي قبل الفاصلة)

ص: المسقط الثاني (اللي بعد الفاصلة)

الفكرة الأولى : تساوي زوجين مرتبين

اذا كان (س ، ص) = (أ ، ب)

فإن : س = أ ، ص = ب

المسقط الأول = المسقط الأول

المسقط الثاني = المسقط الثاني

أمثلة : - اذا كان(س ،٤) = (٣ ،ص)

فإن س = ٣ ، ص = ٤

- اذا كان (س -٢ ، ٩) =(٥ ، س+ص)

أوجد قيمتي س ، ص.

الحل : س -٢ = ٥

س = ٥ + ٢ = ٧

س + ص = ٩

٧ + ص = ٩

ص = ٩ – ٧ =٢

- اذا كان (٢س ،٤)=(٨ ، ص+ ١)

أوجد قيمة $\sqrt{س^{٢} + ص^{٢}}$

الحل : ٢س = ٨ ، س = ٨ ÷ ٢

س = ٤

ص + ١ = ٤

ص = ٣

$\sqrt{س^{٢} + ص^{٢}} = \sqrt{١٦ + ٩} = \sqrt{٢٥}$

= ٥

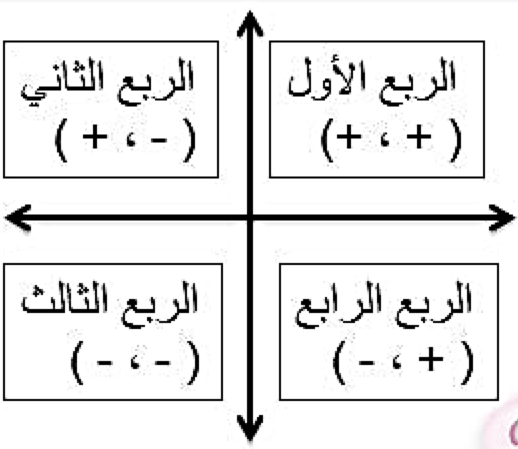
الفكرة الثانية : تحديد موضع نقطة

* اذا كان المسقط الأول = صفر تكون النقطة واقعة على محور الصادات .
* اذا كان المسقط الثاني = صفر تكون النقطة واقعة على محور السينات .

- اذا كانت النقطة (س+١ ، س -٣) تقع عل محور السينات فإن س = ...

الحل : المسقط الثاني = صفر

س – ٣ = ٠ ، س = ٣



تدريب :

- اذا كان ($٢^{س}$ ، ٢٧) = (٣٢ ، $ص^{٣}$)

أوجد قيمتي س ، ص .

- النقطة (-٣ ، ٥) تقع في الربع......
- النقطة (٢ ، -٥) تقع في الربع ....
- النقطة (٣ ، ٠) تقع على ....
- النقطة (٠ ، -٧) تقع على ....
- النقطة (-٣ ، -٧) تقع في الربع ...

اختر : - اذا كانت النقطة (س -٤ ، ٢- س) تقع في الربع الرابع فان س = ...

٢ ٣ ٤ ٥

حاصل الضرب الديكارتي

مجموعة × مجموعة

- اذا كانت : س = { ٦ ، ٥ ، ٧ }
فإن عدد عناصرها: ن (س) = ٣
ص = { ٧ ، ٩ }
عدد عناصرها :ن (ص) = ٢
س × ص = مجموعة أزواج مرتبة
عدد عناصرها : ن (س × ص)
= ن(س) × ن (ص)
= ٣ × ٢ = ٦

- باختصار عند ضرب المجموعة س المكونة من ٣ عناصر في المجموعة ص المكونة من عنصرين هينتج مجموعة مكونة من ٦ أزواج مرتبة.

- علشان نطلع ناتج ضرب س × ص هنعمل تزاوج لكل عنصر من عناصر س مع جميع عناصر ص.
س × ص = { (٦ ، ٧) ، (٦ ، ٩) ، (٥ ، ٧) ، (٥ ، ٩) ، (٧ ، ٧) ، (٧ ، ٩) }.

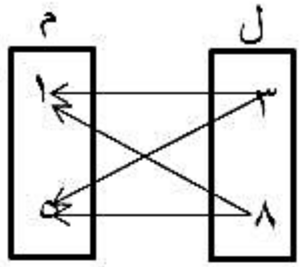
ص × س = { (٧ ، ٦) ، (٧ ، ٥) ، (٧ ، ٧) ، (٩ ، ٦) ، (٩ ، ٥) ، (٩ ، ٧) }.

ملاحظة : س × ص $\neq$ ص × س

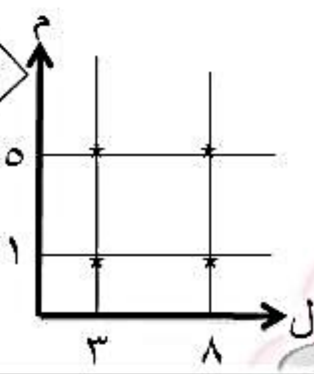
خد بالك : (٥ ، ٩) $\neq$ (٩ ، ٥)

- اذا كانت ل = { ٣ ، ٨ } ، م = { ١ ، ٥ } ، أوجد :ل × م ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني .
الحل : ل × م = { (٣ ، ١) ، (٣ ، ٥) (٨ ، ١) ، (٨ ، ٥) }

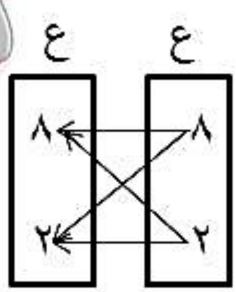
مخطط سهمي



مخطط بياني (ديكارتي)

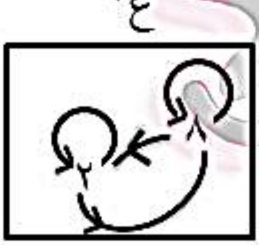


- اذا كانت ع = { ٨ ، ٢ } أوجد ع² ومثلها بمخطط سهمي .
الحل : ع² = ع × ع
= { ٨ ، ٢ } × { ٨ ، ٢ }
= { (٨ ، ٨) ، (٨ ، ٢) ، (٢ ، ٨) ، (٢ ، ٢) }
ن (ع²) = ن (ع) × ن (ع)
= ٢ × ٢ = ٤



أو

ع²



تمارين

- اذا كانت س × ص = {(٣ ، ٧) ، (٣ ، ٥) ، (٣ ، ٩) ، (٦ ، ٧) ، (٦ ، ٥) ، (٦ ، ٩) }
فإن : س = ... ، ص= ....
ص × س =...........

- اذا كانت س ={١ ، ٢} ، ص={٢ ، ٥} ، ع = { ٤ ، ٥ } ، أوجد
(س ∩ ص) × ع
س × (ص ∪ ع)
(ع – ص) × س

- اذا كان (٣ ، ٥) ∈ {٣ ، ٦ } × {س ، ٨} فإن س= ....

- اذا كانت س = {٣} فإن س^{٢} =.....

- اذا كان ن (س) = ٣ ، ن(س × ص) = ١٢ فإن ن(ص)=...

- اذا كان س × ص= { (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) } فإن ن(ص^{٢}) =..
- اذا كان س= { ٣ ، ٨ } ، ص = ∅ فإن ن(س × ص) = ...
- اذا كان ن (س^{٢}) = ٩ ، ن(س×ص)=١٥ ، فإن ن(ص) =...

ضرب فترتين بيانيا

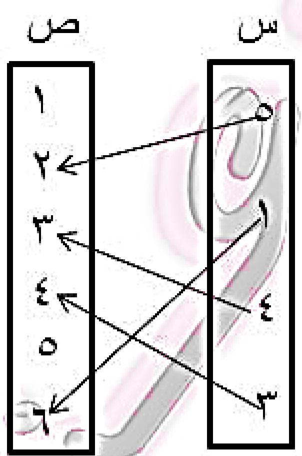
- اذا كانت س = [٢ ، ٤] ، ص = [١ ، ٣] أوجد بيانيا س×ص ثم بين أي من النقاط التالية ينتمي الى س× ص: (٣ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (١ ، ٣)

العلاقة

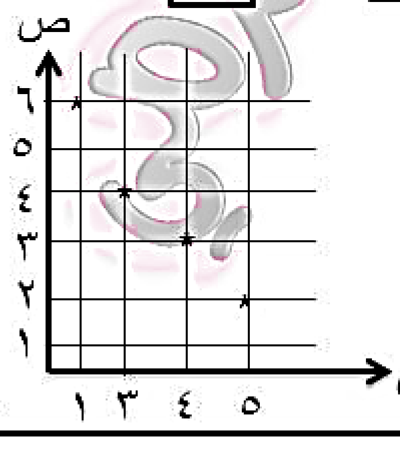
- **العلاقة :** هي مجموعة أزواج مرتبة جزئية من حاصل ضرب مجموعتين.
- كل علاقة لها قاعدة تستخدم لتكوين هذه العلاقة.
- **مثال :** اذا كانت س = {٥،١،٤،٣} ، ص= {١،٢،٣،٤،٥،٦} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني أ+ب =٧ لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني.

الحل : قاعدة العلاقة هي : أ + ب =٧
هنكون أزواج مرتبه مسقطها الأول من س ومسقطها الثاني من ص وحسب قاعدة العلاقة يجب أن يكون مجموع المسقطين يساوي ٧ .

بيان ع = { (٥ ، ٢) ، (١ ، ٦) ، (٤ ، ٣) ، (٣ ، ٤) }



مخطط سهمي



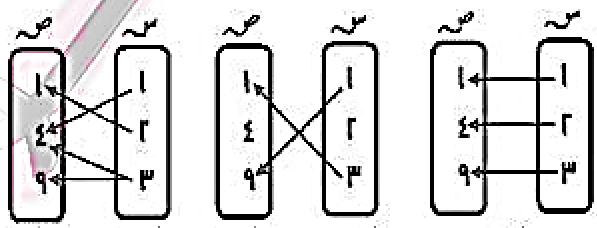
مخطط بياني (ديكارتي)

- **تدريب :** اذا كانت س= {١،٢،٥}
، ص = {٢،٣،٧،٨}وكانت ع علاقة من س الى ص حيث أ ع ب تعني أن أ + ب = عددا فرديا . أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي.

الدالـــــــــة

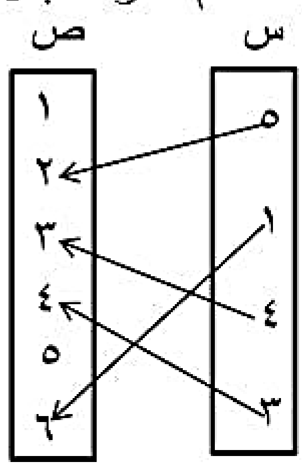
* **هي علاقة بشرط أن :**

- كل عنصر من عناصر المجموعة الأولى يرتبط بعنصر واحد فقط من عناصر المجموعة الثانية .
- أي أنه كل عنصر من عناصر المجموعة الأولى يخرج منه سهم واحد فقط (في المخطط السهمي).



ليست دالة	ليست دالة	دالة
لأن ٣ في المجموعة س خرج منها سهمين	**لأن ٢ في المجموعة س لم يخرج منها أي سهم**	**لأن كل عنصر من س خرج منه سهم واحد فقط**

- **مثال ١ :** بين ما اذا كانت العلاقة التالية تمثل دالة أم لا ؟ ثم أذكر المجال والمجال المقابل والمدى .



الحل : العلاقة تمثل دالة لأن كل عنصر من عناصر المجموعة الأولى (س) خرج منه سهم واحد فقط .
- المجال : هو عناصر المجموعة الأولى (س)
= {٥،١،٤،٣}
- المجال المقابل : هو عناصر المجموعة الثانية (ص)
= {١،٢،٣،٤،٥،٦}
- المدى : هو العناصر المرتبطة من المجموعة الثانية (ص)
= {٢،٣،٤،٦}

مثال ٢ : اذا كانت س = {١،٢،٣}
، ص={١،٣،٦،٩،١٢}وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني أن أ =$\frac{١}{٣}$ب أكتب بيان ع وبين أنها دالة واكتب مداها.
الحل : بيان ع = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٦) (٣ ، ٩)}
- العلاقة تمثل دالة لأن كل عنصر من عناصر المجموعه الأولى (س) ارتبط مرة واحدة فقط .
المدى : المساقط الثانية
= { ٣ ، ٦ ، ٩ }

مثال ٣ : اذا كانت
س ={-٢،-١ ، ٢ ،١، ٠} وكانت ع علاقة على س بحيث أ ع ب تعني أ معكوس جمعي لـ ب أكتب بيان ع وهل تمثل دالة أم لا ؟
الحل: ع = { (-٢، ٢) ، (-١ ،١) ، (٢ ،-٢) ،(١ ،-١) ، (٠ ،٠) }
- تمثل دالة.

- **تدريب ١:** اذا كانت س = {١، ٢، ٣}
، ص = {١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٥}$}
وكانت ع علاقة من س الى ص حيث
أ ع ب تعني أن أ ب = ١
أي أن أ معكوس ضربي لـ ب . أكتب
بيان ع وهل ع تمثل دالة أم لا ؟

- **تدريب ٢:** اذا كانت س = {٢، ٣، ٤}
، ص = { ص: ص ∈ ط ، ٢ < ص ≤ ٩}
وكانت ع علاقة من س الى ص
، حيث أ ع ب تعني أن ٢أ = ب
لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص ، أكتب بيان ع
ومثلها بمخطط سهمي وهل ع تمثل دالة
أم لا ؟

مثال ٤: اذا كان بيان الدالة د
= {(١، ٣) ، (٢، ٥)، (٣، ٧)، (٤، ٩)
، (٥، ١١) } اكتب : ١ـ مجال الدالة د.
٢ـ مدى الدالة د. ٣ـ قاعدة الدالة د.
الحل :
مجال الدالة = المساقط الأولى
= { ١ ، ٢ ، ٣، ٤ ، ٥ }
المدى = المساقط الثانية
= { ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ }
قاعدة الدالة هي: ب = ٢أ + ١

- **تدريب :** إذا كان بيان الدالة د
= { (٠ ، ٤) ، (١ ، ٣) ، (٢، ٢)
، (٣، ١) }
أكتب مجال ومدى الدالة د ثم أكتب
قاعدة الدالة

دوال كثيرات الحدود

- هي دالة مجالها ح ومداها ح.
- ويجب أن تكون أسس س صحيحة موجبة أو صفر:

أي أن أسس س لايمكن أن تكون:
١ـ سالبة.
٢ـ كسور.
٣ـ لايمكن أن تكون س تحت جذور.
٤ـ لايمكن أن تكون س في المقام.

- **درجة الدالة :** هي قيمة أكبر أس موجود للدالة .
- مثال : بين أي من الدوال التالية كثيرات حدود :

* د(س) = ٢س^{٢} + س - ١
كثيرة حدود من الدرجة الثانية.
* د(س) = ٥س -١
كثيرة حدود من الدرجة الأولى .
* د(س) = س + ٣ س$^{-١}$ ـ ٥
ليست كثيرة حدود.
* د(س) = س + $\sqrt{\text{س}}$ =٢
ليست كثيرة حدود.
* د(س) = س$^{\frac{١}{٣}}$ +٨
ليست كثيرة حدود.
* د(س) = $\frac{١}{\text{س}}$ +٣
ليست كثيرة حدود.

سندرس ثلاثة أنواع من الدوال

- **الدالة الثابتة :** درجتها الصفرية.
- **الدالة الخطية :** درجتها الأولى .
- **الدالة التربيعية :** درجتها الثانية.

-الدالة الثابتة: د(س) = أ

لاتحتوي على المتغير س

مثل : د(س) = ٧

د(٢) = ٧ ، د(- ٦) = ٧

د(أي حاجة) = ٧ .... ثابته

- اذا كانت د(س) = ٣ أوجد قيمة:

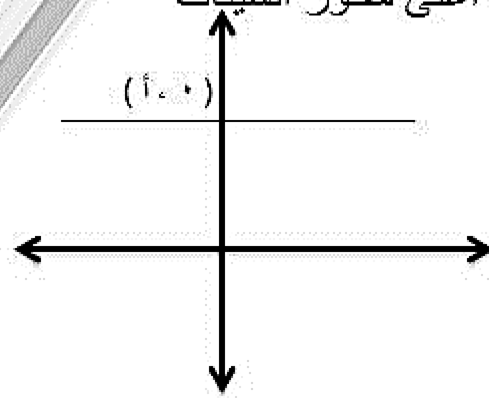
د(٢) + د(-٢)

الحل : ٣+ ٣ =٦

- تمثل بيانيا بخط مستقيم يوازي محور السينات ويقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، أ)

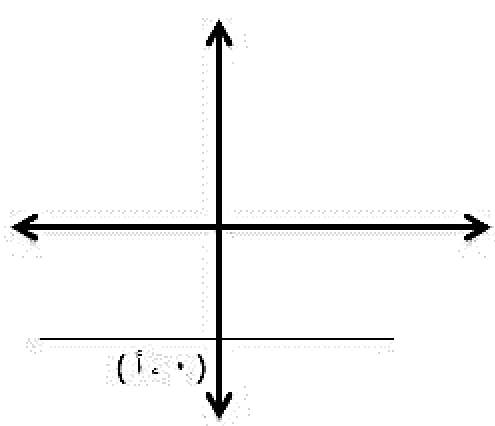
- اذا كان أ موجب

يقع أعلى محور السينات



- اذا كان أ سالب

يقع أسفل محور السينات



-الدالة الخطية: د(س) = أ س + ب

- تمثل بيانيا بخط مستقيم.

- اذا كانت د(س)= ٣س + ٢

أوجد: د(١) ، د(٠) ، د(-٢)

الحل: د(١) نشيل كل س موجودة ونضع مكانها (١)

د(١) = ٣× (١)+ ٢ = ٥

د(٠) نشيل كل س موجودة ونضع مكانها (٠)

د(٠) = ٣× (٠) +٢ = ٢

د(-٢) نشيل كل س موجودة ونضع مكانها (-٢)

د(-٢) = ٣× (-٢) + ٢ = -٤

- اذا كانت النقطة (أ ، ٨) تقع على المستقيم الممثل للدالة د:د(س)=٣س-٧

أوجد قيمة أ.

الحل : د(أ) = ٨

٣ أ – ٧ = ٨

٣ أ = ١٥

أ =١٥÷ ٣ ، أ = ٥

- **تدريب:** اذا كان المستقيم الذي يمثل الدالة د : ح ⟵ ح ، حيث

د(س)=٢س + أ

د(٣) =٩ ، أوجد قيمة أ ، ثم أوجد نقطة التقاطع مع محور السينات

مساعدة :لإيجاد نقطة التقاطع مع:

- محور السينات نضع ص = ٠

- محور الصادات نضع س = ٠

- اذا كان المستقيم الممثل للدالة
د: ح ⟵ ح ، حيث د(س)=٦س – أ
يقطع محور الصادات في النقطة
(ب ،٣) . أوجد قيمتي أ ، ب

الحل

يقطع محور الصادات : المسقط الأول = صفر.
ب = صفر
تكون النقطة هي (٠ ، ٣)
فتكون د(٠) = ٣
د(٠) = ٦ × ٠ – أ = ٣
- أ = ٣
أ = -٣

- اذا كان المستقيم الممثل للدالة
د: ح ⟵ ح ، حيث د(س)=٦س- ب
يقطع محور السينات في النقطة
(٣ ، أ – ٢) أوجد قيمتي أ ، ب

الحل

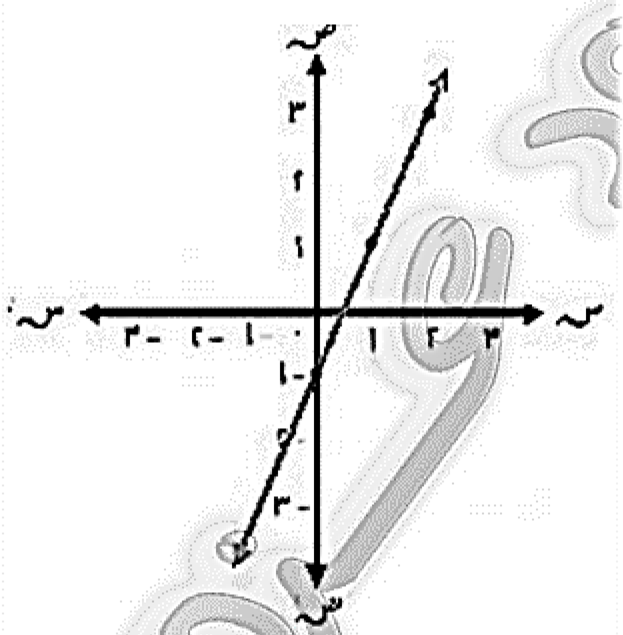
يقطع محور السينات : المسقط الثاني = صفر.
أ – ٢ = ٠
أ = ٠ + ٢
أ = ٢
النقطة (٣ ، ٠)
فتكون د(٣) = ٠
د(٣) = ٦×٣ – ب = ٠
١٨ – ب = ٠
- ب = - ١٨
ب = ١٨

تمثيل الدالة الخطية

- مثل بيانيا : د(س) = ٢س - ١
فكرة الحل : ناخذ أي ٣ قيم لـ س
مثل : ٠ ، ١ ، ٢
نوجد : د(٠) ، د(١) ، د(٢)
د(٠) = ٢ × ٠ – ١ = - ١
النقطة (٠ ، - ١)
د(١) = ٢ × ١ – ١ = ١
النقطة (١ ، ١)
د(٢) = ٢ × ٢ -١ = ٣
النقطة (٢ ، ٣)

نكتفي بتكوين هذا الجدول

س	٠	١	٢
ص	١ –	١	٣



تدريب : مثل بيانيا د(س)=٣س - ١ ثم أوجد نقطتي التقاطع مع محوري الاحداثيات.

الدالة التربيعية:

د(س) = أ س٢ + ب س + جـ

- تمثل بيانيا بمنحنى:

معامل س٢ سالب | معامل س٢ موجب

- الاحداثي السيني لنقطة رأس المنحنى

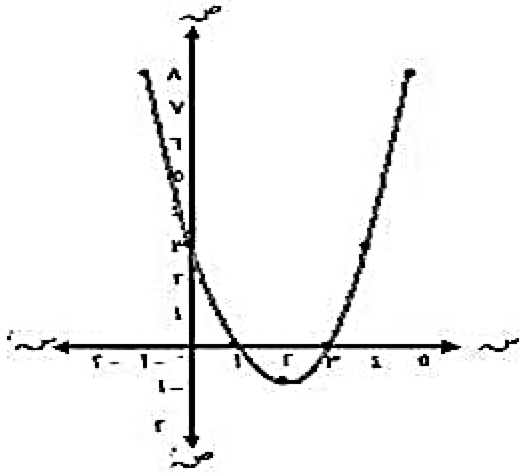
$= \frac{-ب}{٢أ}$

- مثل بيانيا د(س) = س٢ − ٤ س +٣
حيث س ∈ [-١ ، ٥] ، ثم أوجد
- نقطة رأس المنحنى.
- معادلة محور التماثل.
- القيمة العظمى أو الصغرى للدالة .

الحل

نكون جدول باستخدام الألة الحاسبة:
- اضغط Modeثم اختار table.
- تظهر على الشاشة F(X) وتعني د(س)
- نكتب الدالة على الآلة حيث س هي x
- يستخدم مفتاح Alpha +) لكتابة x
- نكتب : $F(x) = X^2 - 4x + 3$
- نضغط =
- تظهر Start ندخل بداية الفترة -١ =
- تظهر end ندخل نهاية الفترة ٥ =
- تظهرstep دائما ١ =
- نكتب الجدول : رأس المنحنى

س	-١	٠	١	٢	٣	٤	٥
ص = د(س)	٨	٣	٠	-١	٠	٣	٨



- نقطة رأس المنحنى هي (٢ ، -١)
- معادلة محور التماثل هي :

س = الاحداثي السيني س = ٢

- القيمة الصغرى = الاحداثي الصادي

= -١

- **تدريب ١ :** ارسم منحنى الدالة
د: د(س) = ٤ − س٢ متخذا الفترة [-٣ ، ٣] . ومن الرسم أوجد نقطة رأس المنحنى و معادلة محور التماثل والقيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

- **تدريب ٢:** ارسم منحنى الدالة
د: د(س) = س (س -٢) -٣
متخذا س ∈ [-٢ ، ٤] ، ومن الرسم أوجد احداثيي نقطة رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل والقيمة العظمى أو الصغرى .

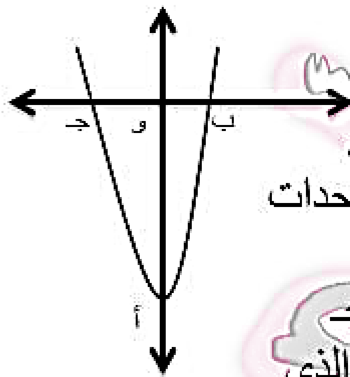
مساعدة : س (س-٢) -٣
س٢ - ٢ س -٣

- **تدريب ٣:** ارسم منحنى الدالة
د: د(س) = (س − ٢)٢ في الفترة [-١ ، ٥] .

مساعدة: د(س) = س٢-٤س +٤

تطبيقات هندسية على الدالة التربيعية

- في الشكل المقابل:



اذا كانت

د(س) = س^{٢} + م

وكان أ و = ٤ وحدات

أوجد : - قيمة م

- احداثيي ب ، جـ
- مساحة المثلث الذي رؤوسه أ ، ب ، جـ

الحل : أ و = ٤ وحدات طول

أ (٠ ، - ٤) تحقق الدالة د

د(٠) = - ٤

د(٠) = (٠)^{٢} + م = - ٤

م = -٤ فتكون الدالة د(س) = س^{٢} - ٤

بفرض ب (س ، ٠) ، جـ (- س ، ٠)

بالتعويض بالنقطة ب في الدالة

د(س) = ٠

د(س) = س^{٢} - ٤ = ٠

س^{٢} – ٤ = ٠

(س -٢)(س+٢) = ٠

س = ٢ أ، س = -٢

ب (٢ ، ٠) ، جـ (-٢ ، ٠)

ب جـ = ٤ وحدات طول

أ و = ٤ وحدات طول

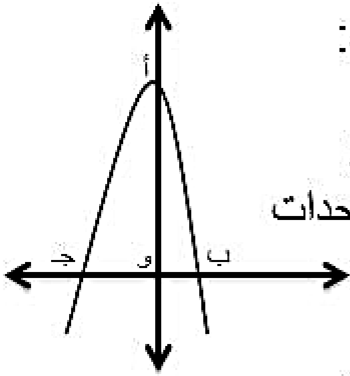
مساحة المثلث

= $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٤ = ٨ وحدة مربعة

- تدريب ٤ :

في الشكل المقابل:



اذا كانت

د(س) = ك - س^{٢}

وكان أ و = ٩ وحدات

أوجد : - قيمة ك

- احداثيي ب ، جـ
- مساحة المثلث الذي رؤوسه أ ، ب، جـ

- تدريب ٥: مثل بيانيا الدالة التربيعية د حيث د(س)= س^{٢} – ٤ متخذا س ∈ [-٣ ، ٣] ومن الرسم أوجد مساحة سطح المثلث الذي رؤوسه نقطتا تقاطع المنحنى مع محور السينات ونقطة رأس المنحنى.

- تدريب ٦: مثل بيانيا الدالة د حيث د(س) = س^{٢}-٦س +٩ متخذا س∈ [٠ ، ٦] ومن الرسم أوجد :

- نقطة رأس المنحنى.
- معادلة محور التماثل.
- القيمة العظمى أو الصغرى .

- تدريب ٧: مثل بيانيا الدالة د حيث د(س) = س^{٢}+٢س +١ متخذا س∈ [-٤ ، ٢] ومن الرسم أوجد :

- نقطة رأس المنحنى.
- معادلة محور التماثل.
- القيمة العظمى أو الصغرى .

النسبة والتناسب

أولا : النسبة

- أوجد العدد الذي اذا أضيف الى حدي النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

الحل : نفرض أن العدد هو س

$$\frac{\text{٧+س}}{\text{١١+س}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$$ مقص

٣(٧ +س) = ٢(١١ + س)

٢١ + ٣س = ٢٢ + ٢س

٣س -٢س =٢٢ - ٢١

س =١

العدد هو ١

- **تدريب :** أوجد العدد الذي اذا أضيف مربعه الى حدي النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٤ : ٥

- عددان صحيحان النسبة بينهما ٣ :٧ اذا طرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ أوجد العددين

الحل : نفرض العددان ٣س ، ٧س

$$\frac{\text{٣س-٥}}{\text{٧س-٥}} = \frac{\text{١}}{\text{٣}}$$ مقص

١(٧س -٥) = ٣(٣س -٥)

٧س -٥ = ٩س - ١٥

٧س -٩س = -١٥ + ٥

-٢س = -١٠

س = -١٠ ÷ -٢

س = ٥

- **تدريب :** عددان صحيحان النسبة بينهما ٢ : ٣ فاذا أضيف للأول ٧ وطرح من الثاني ١٢ تصبح النسبة ٥ : ٣ أوجد العددين .

ثانيا : التناسب

- هو تساوي نسبتين أو أكثر.
- اذا كانت الكميات أ ، ب ،جـ ، د متناسبة فإن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$

أ : الأول المتناسب

ب : الثاني المتناسب

جـ : الثالث المتناسب

د : الرابع المتناسب

أ ، د : طرفي التناسب

ب ، جـ : وسطي التناسب

خواص التناسب

١. لأي تناسب يكون حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين : أ × د = ب × جـ .

- أوجد الثالث المتناسب للكميات ٣ ، ٤ ، ٢٠

الحل : $\frac{\text{٣}}{\text{٤}} = \frac{\text{س}}{\text{٢٠}}$ مقص

- اللي متوصل بـ س نضعه في المقام

$$\text{س} = \frac{\text{٣×٢٠}}{\text{٤}} = \text{١٥}$$

الثالث المتناسب = ١٥

- **تدريب:** أوجد الرابع المتناسب للكميات ٣ ، ٦ ، ٦ .

- أوجد العدد الذي اذا أضيف الى كل من الأعداد ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ فإنها تصبح متناسبة .

الحل : نفرض أن العدد هو س

$$\frac{\text{٣ + س}}{\text{٥ + س}} = \frac{\text{٨ + س}}{\text{١٢ + س}}$$

(٣ +س)(١٢ +س) = (٥+س)(٨ +س)

٣٦ +١٥س + $\cancel{\text{س}^٢}$ = ٤٠ +١٣س + $\cancel{\text{س}^٢}$

١٥س – ١٣س = ٤٠ - ٣٦

٢س = ٤

س = ٤ ÷ ٢

س = ٢

العدد هو ٢

٢. <u>اذا كان</u> $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ = م

<u>فإن أ = جـ م ، ب = د م</u>

- اذا كان : $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٢}{٣}$

أوجد قيمة : $\frac{\text{٣س – ص}}{\text{٢س + ص}}$

الحل : س = ٢م ، ص = ٣م

$$\frac{\text{٣س – ص}}{\text{٢س + ص}} = \frac{\text{٣×٢م – ٣م}}{\text{٢×٢م + ٣م}}$$

$$= \frac{\text{٦م – ٣م}}{\text{٤م + ٣م}} = \frac{\text{٣م}}{\text{٧م}} = \frac{٣}{٧}$$

- **<u>خد بالك :</u>** اذا كان ٣أ = ٢ب فإن

أ : ب = ٢ : ٣ نعكس

أي أن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٢}{٣}$

- **<u>تدريب:</u>** اذا كان ٣أ = ٥ب

أوجد قيمة : $\frac{\text{٢أ + ٣ب}}{\text{٤أ – ب}}$

- اذا كان أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة اثبت أن : $\frac{\text{٣أ – ٦جـ}}{\text{ب – ٢د}} = \frac{\text{٣أ}}{\text{ب}}$

الحل : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$

أ = جـ م ، ب = د م

الطرف الأيمن :

$$\frac{\text{٣أ – ٦جـ}}{\text{ب – ٢د}} = \frac{\text{٣جـ م – ٦جـ}}{\text{د م – ٢د}} = \frac{\text{٣جـ(م – ٢)}}{\text{د(م – ٢)}}$$

$$= \frac{\text{٣جـ}}{\text{د}}$$

الطرف الأيسر:

$$\frac{\text{٣أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{٣جـ م}}{\text{د م}} = \frac{\text{٣جـ}}{\text{د}}$$

اذن : الأيمن = الأيسر

- اذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات

متناسبة اثبت أن : $\frac{\text{أ}^٢\text{ + جـ}^٢}{\text{ب}^٢\text{ + د}^٢} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ب د}}$

الحل: $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$

فيكون أ = جـ م ، ب = د م

الطرف الأيمن = $\frac{\text{أ}^٢\text{ + جـ}^٢}{\text{ب}^٢\text{ + د}^٢} = \frac{\text{جـ}^٢\text{م}^٢\text{ + جـ}^٢}{\text{د}^٢\text{م}^٢\text{ + د}^٢}$

$$= \frac{\text{جـ}^٢\text{(م}^٢\text{ + ١)}}{\text{د}^٢\text{(م}^٢\text{ + ١)}} = \frac{\text{جـ}^٢}{\text{د}^٢}$$

الطرف الأيسر = $\frac{\text{أ جـ}}{\text{ب د}} = \frac{\text{جـ م × جـ}}{\text{د م × د}}$

$$= \frac{\text{جـ}^٢}{\text{د}^٢}$$

اذن : الأيمن = الأيسر

٣. اذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{هـ}}{\text{و}} = \text{م}$

فإن أ = ب م ، جـ = د م ، هـ = و م

- اذا كان $\frac{\text{س}}{٣} = \frac{\text{ص}}{٤} = \frac{\text{ع}}{٥}$ أوجد قيمة

أوجد قيمة المقدار $\frac{٢\text{ص} - \text{ع}}{٣\text{س} - ٢\text{ص} + \text{ع}}$

س = ٣م ، ص = ٤م ، ع = ٥م

$\frac{٢\text{ص} - \text{ع}}{٣\text{س} - ٢\text{ص} + \text{ع}} = \frac{٢\times٤\text{م} - ٥\text{م}}{٣\times٣\text{م} - ٢\times٤\text{م} + ٥\text{م}}$

$= \frac{٨\text{م} - ٥\text{م}}{٩\text{م} - ٨\text{م} + ٥\text{م}} = \frac{٣\text{م}}{٦\text{م}} = \frac{١}{٢}$

- **تدريب :** $\frac{\text{أ}}{٢} = \frac{\text{ب}}{٥}$ أوجد قيمة

$\frac{٧\text{أ} - ٢\text{ب}}{٣\text{أ} + ٢\text{ب}}$

- اذا كان $\frac{\text{أ}}{٤} = \frac{\text{ب}}{٥} = \frac{\text{جـ}}{٣}$

أثبت أن: $\frac{\text{أ} - \text{ب} + \text{جـ}}{٣\text{أ} - \text{ب} - \text{جـ}} = \frac{١}{٢}$

الحل : أ = ٤م ، ب = ٥م ، جـ = ٣م

الطرف الأيمن = $\frac{\text{أ} - \text{ب} + \text{جـ}}{٣\text{أ} - \text{ب} - \text{جـ}}$

$= \frac{٤\text{م} - ٥\text{م} + ٣\text{م}}{١٢\text{م} - ٥\text{م} - ٣\text{م}} = \frac{٢\text{م}}{٤\text{م}} = \frac{١}{٢}$

- اذا كان : س = $\frac{\text{ص}}{٢} = \frac{\text{ع}}{٣}$

برهن أن : $\frac{\text{س} + \text{ص} - ٢\text{ع}}{\text{س} - ٣\text{ع}} = \frac{٣}{٨}$

- اذا كان أ ، ب ، جـ ، د ، هـ ، و كميات متناسبة

اثبت أن:

$\sqrt{\frac{٥\text{أ}^٢ - ٧\text{جـهـ}}{٥\text{ب}^٢ - ٧\text{دو}}} = \frac{٣\text{أ} + \text{جـ}}{٣\text{ب} + \text{د}}$

٤. اذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{هـ}}{\text{و}}$

فإن : $\frac{\text{أ} + \text{جـ} + \text{هـ}}{\text{ب} + \text{د} + \text{و}}$ = احدى النسب

متاح لك في هذه الخاصية ضرب أي نسبة في أي عدد موجب أو سالب ومتاح أيضا جمع نسبتين أو أكثر وذلك لتكوين المطلوب.

- اذا كان $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{\text{ص}}{٣} = \frac{\text{ع}}{٤} = \frac{٢\text{س} - \text{ص} + ٥\text{ع}}{٣\text{م}}$

أوجد قيمة م .

الحل : ٢ ×الاولى – الثانية + ٥ × الثالثة

$\frac{٢\text{س} - \text{ص} + ٥\text{ع}}{٢\times٢ - ٣ + ٥\times٤} = \frac{٢\text{س} - \text{ص} + ٥\text{ع}}{٣\text{م}}$

$\frac{٢\text{س} - \text{ص} + ٥\text{ع}}{٤ - ٣ + ٢٠} = \frac{٢\text{س} - \text{ص} + ٥\text{ع}}{٣\text{م}}$

$\frac{٢\text{س} - \text{ص} + ٥\text{ع}}{٢١} = \frac{٢\text{س} - \text{ص} + ٥\text{ع}}{٣\text{م}}$

٣م = ٢١

م = ٢١ ÷ ٣   م = ٧

- اذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{س} - \text{ص} + \text{ع}} = \frac{\text{ب}}{\text{ص} - \text{ع} + \text{س}} = \frac{\text{جـ}}{\text{ع} - \text{س} + \text{ص}}$

اثبت أن : $\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{س}} = \frac{\text{ب} + \text{جـ}}{\text{ص}} = \frac{\text{أ} + \text{جـ}}{\text{ع}}$

الحل : - نحاول أن نكون النسبة الأولى من المطلوب نجع النسبتين الأولى+الثانية من المعطى ينتج:

$\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{س} - \text{ص} + \text{ع} + \text{ص} - \text{ع} + \text{س}} = \frac{\text{أ} + \text{ب}}{٢\text{س}}$

= احدى النسب .... (١)

- نحاول أن نكون النسبة الثانية من المطلوب نجع النسبتين الثانية+الثالثة من المعطى ينتج:

$\frac{\text{ب} + \text{جـ}}{\text{ص} - \text{ع} + \text{س} + \text{ع} - \text{س} + \text{ص}} = \frac{\text{ب} + \text{جـ}}{٢\text{ص}}$

= احدى النسب ....(٢)

- نحاول أن نكون النسبة الثالثة من المطلوب نجمع النسبتين الأولى+الثالثة من المعطى ينتج:

$$\frac{\text{أ+جـ}}{\text{س−ص+ع+ع−س+ص}} = \frac{\text{أ+جـ}}{\text{٢ع}}$$

= احدى النسب .... (٣)

(١) = (٢) = (٣)

$$\frac{\text{أ+ب}}{\text{٢س}} = \frac{\text{ب+جـ}}{\text{٢ص}} = \frac{\text{أ+جـ}}{\text{٢ع}}$$

اذن $\frac{\text{أ+ب}}{\text{س}} = \frac{\text{ب+جـ}}{\text{ص}} = \frac{\text{أ+جـ}}{\text{ع}}$ وهو المطلوب

- واخد بالك: تستخدم الخاصية الرابعة لما تلاقي مقدمات أو توالي النسب المعطاه بها + أو -

- **تدريب :** اذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{٢}} = \frac{\text{ب}}{\text{٣}} = \frac{\text{جـ}}{\text{٤}} = \frac{\text{٢أ−ب+٥جـ}}{\text{٣س}}$

أوجد قيمة س .

٥. $\frac{\text{مقدم}}{\text{مقدم}} = \frac{\text{تالي}}{\text{تالي}}$

تستخدم هذه الخاصية الخامسة لتكمل الخاصية الرابعة فى بعض المسائل .

- اذا كان $\frac{\text{س+ص}}{\text{٥}} = \frac{\text{ص+ع}}{\text{٣}} = \frac{\text{ع+س}}{\text{٦}}$

اثبت أن : $\frac{\text{س−ع}}{\text{س+ص+ع}} = \frac{\text{٢}}{\text{٧}}$

الحل : - نحاول تكوين بسط المطلوب عن طريق النسبة الأولى – الثانية:

$$\frac{\text{س+ص−ص−ع}}{\text{٥−٣}} = \frac{\text{س−ع}}{\text{٢}}$$

= احدى النسب .... (١)

- نحاول تكوين مقام المطلوب عن طريق النسبة الأولى +الثانية + الثالثة:

$$\frac{\text{س+ص+ص+ع+ع+س}}{\text{٥+٣+٦}} = \frac{\text{٢س+٢ص+٢ع}}{\text{١٤}}$$

= $\frac{\text{س+ص+ع}}{\text{٧}}$ = احدى النسب ..(٢)

(١) = (٢)

$$\frac{\text{س−ع}}{\text{٢}} = \frac{\text{س+ص+ع}}{\text{٧}}$$

- لم نحصل على المطلوب فنكمل باستخدام الخاصية الخامسة

$$\frac{\text{مقدم}}{\text{مقدم}} = \frac{\text{تالي}}{\text{تالي}}$$

$\frac{\text{س−ع}}{\text{س+ص+ع}} = \frac{\text{٢}}{\text{٧}}$ وهو المطلوب

- **تدريب :** اذا كان

$$\frac{\text{س+ص}}{\text{٥}} = \frac{\text{ص+ع}}{\text{٨}} = \frac{\text{ع+س}}{\text{٧}}$$

اثبت أن : $\frac{\text{س}}{\text{٢}} = \frac{\text{ص}}{\text{٣}} = \frac{\text{ع}}{\text{٥}}$

- **تدريب:** اذا كان :

$$\frac{\text{أ+ب}}{\text{٥}} = \frac{\text{ب+جـ}}{\text{٣}} = \frac{\text{جـ+أ}}{\text{٦}}$$

اثبت أن : $\frac{\text{أ+ب+جـ}}{\text{أ−جـ}} = \frac{\text{٧}}{\text{٢}}$

التناسب المتسلسل

- اذا كانت أ ، ب ، جـ في تناسب متسلسل فإن: $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ}$

أ: الأول المتناسب

ب: الوسط المتناسب

جـ: الثالث المتناسب

$ب = \pm\sqrt{أ \times جـ}$

$أ = \frac{ب^2}{جـ}$ ، $جـ = \frac{ب^2}{أ}$

- أوجد الوسط المتناسب للعددين ٢ ، ٨

<u>الحل</u>: $ب = \pm\sqrt{٢ \times ٨} = \pm ٤$

- أوجد الثالث المتناسب لـ ١٢ ، ٨

<u>الحل</u>: الثالث $= \frac{١٢^2}{٨} = ٢٧$

- اذاكانت: $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ}$

فإن $ب = جـ\,م$ ، $أ = جـ\,م^2$

- اذا كانت الكميات أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل فإن:

$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{د}$

فإن: $جـ = د\,م$ ، $ب = د\,م^2$ ، $أ = ب\,م^3$

- <u>تدريب</u>: اذا كانت س ، ٢ ، ٤ ، ٢ص في تناسب متسلسل أوجد قيمة س + ص .

- اذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ اثبت أن $\frac{أ-ب}{ب-جـ} = \frac{أ+٣ب}{٣جـ+ب}$

$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ}$

$ب = جـ\,م$ ، $أ = جـ\,م^2$

الطرف الأيمن: $\frac{أ-ب}{ب-جـ} = \frac{جـ\,م^2 - جـ\,م}{جـ\,م - جـ}$

$= \frac{جـ\,م(م-١)}{جـ(م-١)} = م$

الطرف الأيسر: $\frac{أ+٣ب}{٣جـ+ب} = \frac{جـ\,م^2 + ٣جـ\,م}{٣جـ + جـ\,م}$

$= \frac{جـ\,م(م+٣)}{جـ(٣+م)} = م$

اذن الأيمن = الأيسر

- اذا كان أ ، ب ،جـ ، د في تناسب متسلسل اثبت أن:

$\frac{أ+د}{ب-جـ+د} = \frac{أ-جـ}{ب-جـ}$

<u>الحل</u>: $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{د}$

$جـ = د\,م$ ، $ب = د\,م^2$ ، $أ = د\,م^3$

الأيمن $= \frac{أ+د}{ب-جـ+د} = \frac{د\,م^3 + د}{د\,م^2 - د\,م + د}$

$= \frac{د(م+١)(م^2-م+١)}{د(م^2-م+١)} = م + ١$

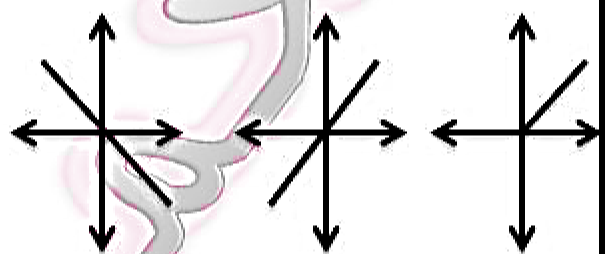
الأيسر $= \frac{أ-جـ}{ب-جـ} = \frac{د\,م^3 - د\,م}{د\,م^2 - د\,م}$

$= \frac{د\,م(م+١)(م-١)}{د\,م(م-١)} = م + ١$

الأيمن = الأيسر

التغير الطردي

- اذا كانت ص = م س
حيث س : ثابت
يقال أن ص تتغير طرديا مع س
وتكتب : ص $\propto$ س
- علاقة التغير الطردي تمثل بيانيا بمستقيم يمر بنقطة الأصل.



- ولإيجاد قيمة مجهولة نستخدم القانون:

$$\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{س_1}{س_2}$$

- العلاقة بين س ، ص هي :

$$\boxed{\begin{array}{c} ص = م\ س \\ \text{أو} :\ م = \frac{ص}{س} \end{array}}$$

- **<u>مثال ١ :</u>** اذا كانت ص $\propto$ س وكانت ص = ٦ عندما س = ٣ أوجد :
١ . العلاقة بين س ، ص
٢ . قيمة ص عندما س = ٥
الحل : ص $\propto$ س
ص = م س
وعندما ص =٦ ، س = ٣
٦ = م × ٣
م = ٢ .... <u>العلاقة هي</u> : ص = ٢ س

<u>العلاقة هي</u> : ص = ٢ س
<u>وعندما س = ٥</u>
ص = ٢ × ٥ = ١٠

- **<u>مثال ٢ :</u>** اذا كان ص = ٢ + ب حيث ب $\propto$ س ، وكانت س = ١ عندما ص = ٥ ، أوجد العلاقة بين س ، ص . ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٢ .

الحل

<u>يالا نفكر :</u> دي بقى مسألة مركبة فيها ٣ متغيرات ص ، س ، ب
هو طالب العلاقة بين س ، ص
يالا نطير الـ ب
ص = ٢ + ب .... (١)
ب $\propto$ س
ب = م س ...... (٢)
بالتعويض من (٢) في (١):
ص = ٢ + م س
وعندما س =١ ، ص = ٥
٥ = ٢ + م × ١
م = ٥ – ٢ ...... م = ٣
<u>العلاقة بين س ، ص هي :</u>
ص = ٢ + ٣س
<u>وعندما س = ٢</u>
ص = ٢ + ٣ × ٢
ص = ٢+ ٦
ص = ٨

- **<u>تدريب ١ :</u>** اذا كانت س $\propto$ ص وكانت ص=٢٠ عند س=٧ ، أوجد قيمة ص عندما س = ١٤

التغير العكسي

- اذا كانت ص = $\frac{م}{س}$

حيث س : ثابت

يقال أن ص تتغير عكسيا مع س

وتكتب : ص $\propto \frac{1}{س}$

- لإيجاد قيمة مجهول نستخدم القانون :

$$\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{س_2}{س_1}$$

- العلاقة بين س ، ص هي :

$$\boxed{\begin{array}{c} ص = \frac{م}{س} \\ \text{أو : } ص\,س = م \end{array}}$$

- **<u>مثال ٣:</u>** اذا كانت ص تتغير عكسيا مع س وكانت ص = ٢ عندما س =٤

أوجد : - العلاقة بين س ، ص .

- قيمة س عندما ص = ١٦ .

<u>الحل :</u> ص $\propto \frac{1}{س}$

ص = $\frac{م}{س}$

وعندما ص= ٢ ، س = ٤

٢ = $\frac{م}{٤}$

م = ٢ × ٤ .... م = ٨

<u>العلاقة هي :</u> ص = $\frac{٨}{س}$

<u>وعندما ص = ١٦ :</u>

١٦ = $\frac{٨}{س}$

١٦ س = ٨

س = ٨ ÷ ١٦ .... س = $\frac{1}{2}$

- **<u>مثال ٤:</u>** اذا كانت ص = ٣ + أ وكانت أ $\propto \frac{1}{س}$ وكانت ص = ٥ عندما س= ١ ، أوجد العلاقة بين س ، ص ثم أوجد ص عندما س = ٢.

الحل

<u>يالا نفكر :</u> دي بقى مسألة مركبة فيها ٣ متغيرات ص ، س ، أ

هو طالب العلاقة بين س ، ص

يالا نطير الـ أ

ص = ٣ + أ .... (١)

أ $\propto \frac{1}{س}$

أ = $\frac{م}{س}$ ...... (٢)

بالتعويض من (٢) في (١):

ص = ٣ + $\frac{م}{س}$

وعندما ص = ٥ ، س = ١

٥ = ٣ + $\frac{م}{1}$

٥ = ٣ + م

م = ٥ ـ ٣

م = ٢

<u>العلاقة بين س ، ص هى :</u>

ص = ٣ + $\frac{٢}{س}$

<u>وعندما س =٢ :</u>

ص = ٣ + $\frac{٢}{٢}$

ص = ٣ + ١

ص = ٤

- مثال ٥ :

اذا كان : $\frac{\text{٢١س} - \text{ص}}{\text{٧س} - \text{ع}} = \frac{\text{ص}}{\text{ع}}$

اثبت أن ص $\propto$ ع

الحل

$\frac{\text{٢١س} - \text{ص}}{\text{٧س} - \text{ع}} = \frac{\text{ص}}{\text{ع}}$

ع (٢١ س − ص) = ص (٧س − ع)

٢١س ع − ص ع = ٧س ص − ص ع

٢١ س ع = ٧ س ص

٢١ ع = ٧ ص

٧ ص = ٢١ ع

ص = $\frac{\text{٢١}}{\text{٧}}$ ع

ص = ٣ ع وبإعتبار م = ٣

ص = م ع

ص $\propto$ ع

- تدريب ٢ : اذا كانت ص $\propto \frac{1}{\text{س}}$

وكانت ص = ٣ ، عندما س = ٢

أوجد : - العلاقة بين س ، ص

- قيمة ص عندما س = ١,٥

- تدريب ٣ :

اذا كان : $\frac{\text{أ} + \text{٢ب}}{\text{٦}} = \frac{\text{ب} + \text{٣جـ}}{\text{٣}}$

اثبت أن : أ $\propto$ جـ

- تدريب ٤ :

اذا كانت : $\frac{\text{٥س} - \text{٣ص}}{\text{٣س} + \text{٥ص}} = \text{١}$

اثبت أن : ص $\propto$ س

- مثال ٦ :

اذا كان ٤ س^2 + ٩ ص^2 = ١٢ س ص

اثبت أن س تتغير طرديا بتغير ص

الحل : ٤س^2 + ٩ص^2 − ١٢ س ص = ٠

٤س^2 − ١٢ س ص + ٩ص^2 = ٠

(٢س + ٣ص)^2 = ٠

٢س + ٣ص = ٠

٢س = −٣ص

س = $\frac{-\text{٣}}{\text{٢}}$ص وبإعتبار م = $\frac{-\text{٣}}{\text{٢}}$

س = م ص

س $\propto$ ص

- تدريب ٥ : اذا كانت ص $\propto$ س^3

وكانت ص = ٦٤ عندما س = ٢

أوجد : - العلاقة بين س ، ص

- قيمة ص عندما س = $\frac{1}{2}$

- تدريب ٦ : اذا كانت ص تتغير عكسيا مع $\sqrt{\text{س}}$ وكانت ص = ٢ عندما س=١٦ ، أوجد : قيمة ص عندما س = ٣٢ .

- تدريب ٧ :

اذا كان س^4 ص^2 − ١٤س^2 ص + ٤٩ = ٠

اثبت أن ص $\propto \frac{1}{\text{س}^2}$

- تدريب ٨ : اذا كانت ص تتغير عكسيا مع س وكانت ص = ٢ عندما س =٤

أوجد: - العلاقة بين س ، ص

- قيمة ص عندما س = ١٦

الاحصـــــــاء

جزء نظري

- مصادر جمع البيانات تنقسم الى :
١ . مصادر أولية (ميدانية): هي المصادر التي يبحث منها الباحث على البيانات بشكل مباشر مثل : استطلاع الرأي ، المقابلة الشخصية ، الملاحظة والقياس .
٢ . مصادر ثانوية (تاريخية) : هي المصادر التي يحصل منها الباحث على البيانات التي تم تجميعها من قبل مثل : نشرات الأخبار ، تقارير جهاز الاحصاء ، الكتب ، المجلات ، البرامج التليفزيونية ، مواقع الانترنت .

- أساليب جمع البيانات :
١ . اسلوب الحصر الشامل .
٢ . اسلوب العينات .

- العينة الطبقية : هي اختيار عينة من طبقات المجتمع الاحصائي .

- عدد مفردات الطبقة في العينة

$$= \frac{\text{عدد مفردات الطبقة الكلي}}{\text{عدد مفردات المجتمع الكلي}} \times \text{عدد مفردات العينة}$$

- مثال : اذا تم أخذ عينة طبقية قدرها ٥٠ تليفزيون لفحصها من بين ٢٠٠ تليفزيون من النوع أ ، ٣٠٠ من النوع ب فإن عدد مفردات النوع ب في العينة = ...

$\frac{٣٠٠}{٥٠٠} \times ٥٠ = ٣٠$ تليفزيون

افتكر معايا

- الوسط الحسابي= $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

- المنوال : هو القيمة الأكثر شيوعا (تكرارا أو انتشارا) بين القيم .

- الوسيط : هو القيمة التي تتوسط القيم بعد ترتيبها تصاعديا أو تنازليا .

التشتت

- هو مقياس درجة تباعد هذه القيم وهو يعبر عن مدى تجانس المجموعات .

مقاييس التشتت

١ . المدى : هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من البيانات .
- يعتبر المدى أبسط وأسهل مقاييس التشتت .

مثال ١ : المدى لمجموعة القيم
٧ ، ٥ ، ٣ ، ١٠ ، ١٥ = ...
الحل : ١٥ – ٣ = ١٢

مثال ٢ : أي المجموعات التالية الأكثر تشتتا :
٦ ، ٣ ، ٢ ، ٩ ، ١
٦ ، ١٠ ، ٥ ، ٣ ، ٤
٣ ، ٦ ، ٧ ، ١ ، ٤
الحل : نحسب المدى لكل مجموعة
٨ ، ٧ ، ٦ المجموعة الأولى الأكثر تشتتا

٢. الانحراف المعياري (σ):

- هو الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي.

- هو أهم وأدق مقاييس التشتت.

- الفكرة الأولى: حساب الانحراف المعياري للقيم المفردة:

- احسب الانحراف المعياري للقيم ٨ ، ٩ ، ٧ ، ٦ ، ٥

الحل: أولا: نحسب الوسط الحسابي

$$\bar{س} = \frac{مجـ\ س}{ن} = \frac{٨+٩+٧+٦+٥}{٥} = \frac{٣٥}{٥}$$

$= ٧$

ثانيا: نكون الجدول التالي:

س	$س - \bar{س}$	$(س - \bar{س})^٢$
٨	٨ − ٧ = ١	١
٩	٩ − ٧ = ٢	٤
٧	٧ − ٧ = ٠	٠
٦	٦ − ٧ = −١	١
٥	٥ − ٧ = −٢	٤
٣٥	المجموع	١٠

ثالثا: نحسب الانحراف المعياري من القانون:

$$\sigma = \sqrt{\frac{مجـ (س - \bar{س})^٢}{ن}}$$

$$= \sqrt{\frac{١٠}{٥}} = \sqrt{٢} = ١,٤$$

- الفكرة الثانية: حساب الانحراف المعياري للتوزيع التكراري:

- احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع التالي:

عدد الأطفال	صفر	١	٢	٣	٤
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦

الحل: - نكون الجدول التالي:

س	ك	س × ك	$س - \bar{س}$	$(س - \bar{س})^٢$	$(س - \bar{س})^٢ \times ك$
٠	٨	٠	−٢	٤	٣٢
١	١٦	١٦	−١	١	١٦
٢	٥٠	١٠٠	٠	٠	٠
٣	٢٠	٦٠	١	١	٢٠
٤	٦	٢٤	٢	٤	٢٤
مجـ	١٠٠	٢٠٠			٩٢

الوسط الحسابي $\bar{س} = \frac{مجـ\ س\ ك}{مجـ\ ك} = \frac{٢٠٠}{١٠٠} = ٢$

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\frac{مجـ (س - \bar{س})^٢ ك}{مجـ\ ك}} = \sqrt{\frac{٩٢}{١٠٠}}$

$= ٠,٩٦$

- الفكرة الثالثة: حساب الانحراف المعياري للتوزيع التكراري ذي المجموعات:

- احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع التالي:

المجموعات	٥ −	١٥ −	٢٥ −	٣٥ −	٤٥ −
التكرار	٧	٩	١١	١٥	٨

- الحل: لاحظ علامة – بجوار المجموعات.

نحسب مركز كل مجموعة (س)

$$مركز\ المجموعة = \frac{حدها\ الأدنى + حدها\ الأعلى}{٢}$$

- نكون نفس الجدول السابق ونستخدم نفس القوانين السابقة لحساب $\bar{س}$ و σ

أسألكم الدعاء لوالدي بالرحمة والمغفرة

أ.محمود عزمي
ملوي المنيا
٠١٠٠٤٢٧٣٣٩٥